

Problème 587 – Les lasagnes de Lucie

Niveaux : Sixième/Cycle 3

Chapitres : Fractions

Inédit, publié le 27/09/2026



Lucie est une grande fan de lasagnes. Elle cuisine depuis très longtemps ce fameux plat italien traditionnel, qui alterne des couches de pâtes, de béchamel et de sauce tomate à la viande, au point d'en avoir fait sa propre recette. Après avoir longtemps été réticente, elle livre dans ce problème ses proportions (vous serez libres ou non de les suivre...).

Les lasagnes de Lucie comportent 4 « étages », surmontées d'un « toit ». Les 4 « étages » sont identiques et comportent une couche de pâtes d'épaisseur 1 mm, une couche de sauce tomate à la viande d'épaisseur 4 mm et une couche de béchamel d'épaisseur 2 mm. Le « toit », quant à lui, est composé d'une couche de pâtes (toujours 1 mm d'épaisseur), d'une béchamel d'épaisseur 3 mm et d'une couche de parmesan d'épaisseur 1 mm.

- 1) Quelle est l'épaisseur totale des lasagnes de Lucie ?
- 2) Quelle est la proportion de l'épaisseur d'un étage occupé par la sauce tomate à la viande (écrire le résultat sous la forme d'une fraction) ?

Dans toutes les questions qui suivent, on n'effectuera aucun calcul de division, mais on utilisera uniquement les propriétés connues sur les fractions.

- 3) Montrer que dans cette recette, la proportion de l'épaisseur des lasagnes occupées par la béchamel est exactement $\frac{1}{3}$.
- 4) Dans cette recette la proportion de l'épaisseur des lasagnes occupées par des couches de pâtes est-elle inférieure ou supérieure à 15% ? Justifier la réponse.
- 5) a) Justifier que la proportion de l'épaisseur des lasagnes occupées par la sauce tomate à la viande est inférieure à $\frac{1}{2}$.

b) (*Question difficile*) Julien, le frère de Lucie, aimerait modifier légèrement cette recette pour que la proportion de l'épaisseur des lasagnes occupées par la sauce tomate à la viande soit exactement égale à $\frac{1}{2}$. Il ajoute ainsi à la recette de sa sœur, sur chacun des 4 étages, une même épaisseur de sauce tomate à la viande.

Calculer, en justifiant votre calcul, l'épaisseur qui a été ajoutée à chaque étage.